2Б

УДК 004.9:007

О.В. Бісікало
Вінницький національний технічний університет, Україна
obisikalo@gmail.com

Онтогенетичний метод побудови нечіткого відношення сенсу

У статті розглядається проблема формалізації природних способів побудови функції належності нечітких відношень. Обґрунтовано онтогенетичний метод побудови відношення сенсу для асоціативних пар образів, визначено основні властивості нечітких відношень сенсу, запропоновано інтерпретацію базових операцій з такими відношеннями для задач пізнавальної діяльності людини.

Вступ

Безумовні практичні успіхи застосування теорії нечітких множин в багатьох прикладних http://www.jobs.ua/vacancy/full_view/571741/ додатках широкого кола предметних областей підтверджують існування ефективного природного апарату мислення на основі не зовсім чітких, швидше розмитих представлень людей про навколишній світ. Започаткована Лотфі Заде теорія отримала загальне визнання не тільки завдяки потужному абстрактному підґрунтю теорії множин як основ математики, але й внаслідок свого спрямування на формальний опис суб'єктивного простору особистості. Проте до цього часу науками когнітивного напрямку ще не знайдено відповіді на важливе питання – яким чином формується природний інтелект навіть на рівні визначень основних понять. Тому більшість прикладних додатків теорії нечітких множин як вихідні дані використовують експертні оцінки – як результат узагальнення людського досвіду, але з коректним отриманням потрібних оцінок і пов'язані найбільші труднощі підходу.

Проблема полягає у визначенні та формалізації природного методу побудови функцій належності для тієї нечіткої сукупності (множини) основних образних понять, які складають когнітивний простір особистості. Висунутий в [1] концептуальний підхід до моделювання образного мислення людини базується на припущенні, що сенс її пізнавальної та мовленнєвої діяльності сконцентровано у множинах образів та асоціативних зв'язків між ними. Запропонована у [2] функція сенсу як характеристика сили асоціативного зв'язку між парою образів за формальними ознаками близька до функції належності нечіткого відношення, а формалізований у [3] онтогенетичний спосіб побудови таких функцій моделює природний шлях накопичення знань людиною. Нерозв'язаними лишаються задачі визначення особливостей образних конструкцій як бінарних нечітких відношень, для яких функцією належності є функція сенсу. Отже, **метою дослідження** є побудова бінарних нечітких відношень на основі онтогенетичного підходу до розуміння сенсу, визначення нечіткого відношення сенсу та його основних властивостей, а також інтерпретація базових операцій з нечіткими відношеннями сенсу з точки зору задач пізнавальної та мовленнєвої діяльності людини.

Бінарні нечіткі відношення

Відповідно до [4] бінарне нечітке відношення, що задане на одній базисній множині (універсумі) образів I, визначимо як нечітке відношення

$$Q = \{ < i_l, i_j >, \mu_Q(< i_l, i_j >) \}, \tag{1}$$

де $\mu_Q(<i_l, i_j>)$ – функція належності бінарного нечіткого відношення, що задається як відображення $\mu_Q : I \times I \to [0,1]$. У виразі (1) через $<i_l, i_j>$ позначено кортеж з двох елементів, причому $i_l \in I$, $i_j \in I$. Якщо носій Q_s нечіткого відношення Q є кінцевим, то потужність цього нечіткого відношення чисельно дорівнює кількості кортежів його носія і позначається як $card(Q_s)$.

На практиці найчастіше використовуються такі способи формального визначення бінарних нечітких відношень (1) на універсумі I, як [4]:

1. Список з безпосереднім перерахуванням всіх кортежів нечіткого відношення та відповідних цим кортежам значень функцій належності – у випадку кінцевого та невеликого числа таких кортежів.

2. Аналітично у формі деякого математичного виразу, що забезпечує можливість обчислення значення функцій належності для кожного з кортежів. В цьому випадку нечітке відношення записують у вигляді (1), де

$$\mu_Q(<i_l, i_j>) = f(i_l, i_j) \; – \tag{2}$$

певна задана функція двох змінних з універсуму I, що задовольняє стандартним вимогам до функції належності. Функцію (2) називають також [5] функцією, що породжує нечітке відношення (1).

3. Графічно у формі певної поверхні або сукупності окремих точок у тривимірному просторі, в якому дві координати (незалежні змінні) відповідають значенням елементів i_l та i_j з універсуму I, а третя координата – функції належності зі значенням з інтервалу [0,1].

4. У формі квадратної матриці A_Q нечіткого відношення Q, рядкам якої відповідають перші елементи кортежів $i_l \in I$, а стовпцям – другі елементи кортежів $i_j \in I$. Елементами (l, j) матриці A_Q є відповідні значення функції належності $\mu_Q(<i_l, i_j>)$ даного відношення.

5. У формі орієнтованого нечіткого графа $G = (V, E, \mu_G)$, де $V = \{v_1, v_1, ..., v_n\}$ – множина вершин нечіткого графа, а $E = \{e_1, e_1, ..., e_m\}$ – множина дужок нечіткого графа, кожній з яких приписано значення функції належності. Натуральні числа n та m визначають кількість вершин та дужок нечіткого графа ($card(Q) = m$), а кожному елементу універсуму $i_l \in I$ відповідає окрема вершина $v_l \in V$ $(l = \overline{1,n})$ орієнтованого нечіткого графа. Довільному k-му кортежу нечіткого відношення $<i_l, i_j> \in Q$ відповідає дужка графа $e_k = <v_l, v_j>$ з початком у вершині v_l, закінченням у вершині v_j та значенням функції належності $\mu_Q(<i_l, i_j>)$.

Для задач дослідження оберемо способи 2), 4) та 5) визначення нечітких відношень.

Онтогенетичний підхід до розуміння сенсу

Починаючи з Аристотеля, який запропонував першу з відомих класифікацій асоціативних зв’язків, потужна когорта відомих мислителів вважала, що джерелом сенсу діяльності та буття людини є образи та асоціативні зв’язки між ними [1]. Притаманні тільки людям, на відміну від всіх інших живих істот, характерні риси мовленнєвої діяльності та свідомості з’явилися внаслідок того, що образи отримали формальні оз-

наки – спочатку живою, а потім писемною мовою. Проте все це накопичувалося поступово, в результаті онтогенезу і на підґрунті образного мислення. Факти прояву певними видами вищих ссавців (мавпами, дельфінами, домашніми тваринами – собаками, котами тощо) елементів розумної поведінки є ще одним свідченням на користь онтогенетичного підходу до розуміння сенсу.

Розглянемо когнітивну систему S, яка здатна розпізнавати образи з нескінченної множини $I = \{i_1, i_2, ..., i_n, ...\}$ та сприймати асоціативні зв'язки між парами образів як елементи множини $\omega \in \Omega$, де $\Omega \subseteq I \times I$ – довільна множина упорядкованих пар. Образною конструкцією (ОК) будемо вважати будь-яку підмножину $\gamma \subset \Omega$ як елемент $\gamma \in \mathbb{F}$ – σ-алгебри підмножин з Ω, в тому числі $\Omega \in \mathbb{F}$.

Система S обмінюється інформацією з зовнішнім світом як «чорним ящиком» виключно у вигляді ОК, з яких розрізняють послідовність вхідних подій $X = \{x_1, x_2, ...\}$ та множину образних реакцій системи $Y = \{y_1, y_2, ...\}$, причому $x_i \in \mathbb{F}$, $y_i \in \mathbb{F}$. Введемо онтогенетичний принцип побудови системи S – множина Ω, що визначає сенс її діяльності, формується виключно шляхом послідовного накопичення параметрів чергових ω з зовнішнього «чорного ящика» та подальшого самовдосконалення Ω. Формально базу знань системи S будуємо як $B = \bigcup_{i=1}^{L} x_i$, де L – загальна кількість сприйнятих системою на даний час вхідних ОК.

Бінарне нечітке відношення (1) застосуємо як онтогенетичну характеристику множини Ω, тоді функцію належності (2) можна вважати природною чисельною мірою сенсу. Згідно з [2] значення $\mu_Q(<i_l, i_j>) = 1$ називатимемо одиницею сенсу розміром один *Сав* (Синтагматичної асоціації вага, рос. – Синтагматической ассоциации вес) або *Saw* (Syntagmatic association weight). Окрім цього, англійське слово *Saw* (друга форма неправильного дієслова *to See*) перекладається як «побачене» і, тим самим, вказує на образний шлях появи сенсу в когнітивній системі. При такому підході значення елемента (l, j) матриці A_Q або *k*-ї дужки $e_k = <v_l, v_j>$ графа G залежить від статистики появи зв'язку для кортежу $<i_l, i_j>$ за час спостереження L вхідних ОК. Отже, в загальному вигляді функцію належності (базовий рівень) нечіткого відношення сенсу для пар образів задамо як

$$\mu_Q(<i_l, i_j>) = f(k_{lj}, t_L), \tag{3}$$

де k_{lj} – кількість зафіксованих когнітивною системою зв'язків між *l*-м та *j*-м образами на момент часу t_L. Додатково відношення сенсу має враховувати такі важливі властивості когнітивної системи [1], як емоційний стан, потреби (мотиви) та рефлекси або інші корисні для життєдіяльності результати зовнішнього навчання.

Нечітке відношення сенсу

Відповідно до онтогенетичного підходу [3] деталізуємо функцію належності (3), що породжує бінарне нечітке відношення сенсу (1) на таких 4 послідовних рівнях, побудованих на базовому:

1. *Рівень імовірнісного прогнозування* – з метою нормування функції належності у проміжку [0,1] передбачено розрахунок статистичної оцінки λ (математичного спо-

дівання): якщо $k_\Sigma = \sum_{l=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} k_{lj}$, а m – кількість ненульових елементів матриці A_Q, то $\lambda = k_\Sigma / m$ – в цьому випадку застосуємо відому сигмоїдальну функцію

$$\mu_Q(<i_l, i_j>) = f_1(k_{lj}, \lambda) = 1/(1 + e^{-k_{lj} + \lambda}). \quad (3.1)$$

Внаслідок нормування з'являється характерна властивість функції належності, отриманої за онтогенетичним методом – середнє значення $\overline{\mu_Q} = \sum_{j=1}^{m} \mu_{Qj} / m = 0{,}5$.

2. *Рівень врахування емоційного стану* – введено можливість врахування бінарних емоцій когнітивної системи за рахунок показника μ ={…, –2, –1, 1, 2, …}, тоді

$$\mu_Q(<i_l, i_j>) = f_2(k_{lj}, \lambda, \mu) = 1/(1 + e^{-\frac{k_{lj} - \lambda}{|\mu|}}). \quad (3.2)$$

При $\mu = -1 \vee 1$ емоції не впливають на сенс діяльності системи, а функція належності (3.2) вироджується у функцію (3.1). Збільшення показника μ симетрично згладжує сигмоїдальну функцію f_2, що продемонстровано на рис. 1.

Сигмоїдальна функція належності відношення сенсу

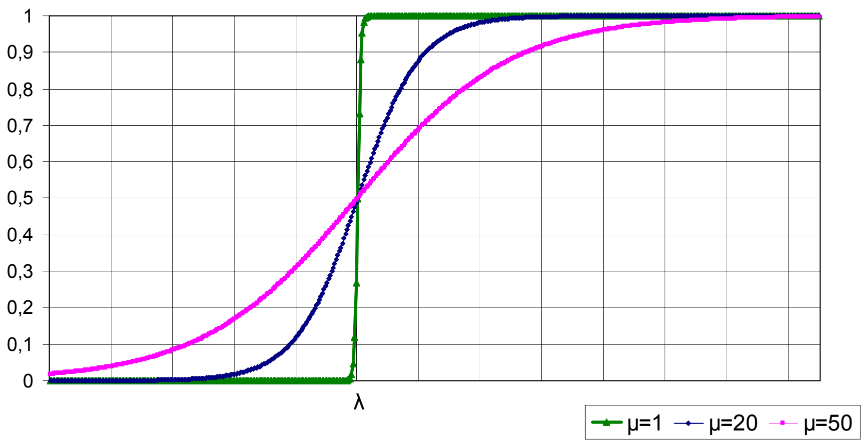


Рисунок 1 – Вплив показника μ на значення функції належності (3.2) відношення сенсу

3. *Рівень врахування мотиваційної компоненти на основі образів-центрів потреб* – запропоновано мотивом когнітивної системи на момент часу t_L вважати досягнення образу-центру потреби j', а також розрахувати дисперсію та середньоквадратичне відхилення результатів спостережень k_{lj} як $D = \frac{1}{m}\sum_{l=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(k_{lj} - \lambda)^2 \mid k_{lj} > 0$ і $\sigma = \sqrt{D}$.

Тоді, залежно від ступеня наближення пари образів $<i_l, i_j>$ до j', функцію (3.2) можна зміщувати вліво за віссю абсцис шляхом зменшення математичного сподівання для цієї пари $\lambda_{lj} = \lambda - r \times \sigma$, де r = {0, 1, 2, 3}, зрештою маємо

$$\mu_Q(<i_l, i_j>) = f_3(k_{lj}, \lambda_{lj}, \sigma, \mu, i') = 1/(1 + e^{-\frac{k_{lj} - \lambda_{lj}}{|\mu|}}). \quad (3.3)$$

Розглянутий підхід передбачає застосування окремого алгоритму для визначення ступеня наближеності r пари $< i_l, i_j >$ до образу-потреби j', наприклад:

а) якщо $j = j'$, то $r = 3$, інакше

б) якщо $\exists e_k \in E \mid e_k =< v_j, v_{j'} >$, то $r = 2$, інакше

в) якщо $\exists e_k \in E \mid e_k =< v_l, v_{j'} >$, то $r = 1$, інакше $r = 0$.

4. *Рівень врахування рефлексів та результатів зовнішнього навчання* – запропоновано фіксувати в когнітивній системі статистику результатів образної реакції y'_i на вхідну ОК x'_i при мотиваційній меті i' як зміну емоційного параметра $\Delta\mu$. Тоді, за наявності в попередньому досвіді схожих ситуацій $< i', x'_i >$ для певної підмножини пар $e_{lj} \in E'$, де $E' \subseteq y'_i$, застосовується збільшення або зменшення математичного сподівання $\lambda_{lj} = \lambda \pm r \times \sigma$. Вибір r = {0, 1, 2, 3} залежить виключно від знаку та значення $\Delta\mu$ та потребує окремого алгоритму, а функція належності матиме вигляд

$$\mu_Q(< i_l, i_j >) = f_4(k_{lj}, \lambda_{lj}, \sigma, \mu, i', x', \Delta\mu) = 1/(1 + e^{-\frac{k_{lj} - \lambda_{lj}}{|\mu|}}). \quad (3.4)$$

Зауважимо, що, на відміну від (3.1) та (3.2), у вищих рівнях функції належності відношення сенсу (3.3) та (3.4) внаслідок локальних зсувів математичного сподівання зникає властивість $\overline{\mu_Q} = 0{,}5$, що, на думку автора, свідчить про належну формальну інтерпретацію відомих фактів з психології та фізіології щодо протиріч між загальноприйнятим (середньостатистичним) сенсом і діями під впливом сильних мотивів або набутих рефлексів.

Властивості відношення сенсу

Відомо [4], що кількість кортежів нечіткого відношення Q може розглядатися як змінна від мінімального (ядро Q_p) до максимального (носій Q_s), а проміжні значення цієї змінної узагальнює нечітке відношення ά-рівня. Будемо вважати відношенням сенсу ά-рівня звичайне відношення $Q_\alpha = \{< i_l, i_j > \mid \mu_Q(< i_l, i_j >) \ge \alpha\}$, де $< i_l, i_j > \in I \times I$, $\alpha \in [0,1]$. Зрозуміло, що $card(Q_p) \le card(Q_\alpha) \le card(Q_s) = m$.

Особливістю онтогенетичного методу моделювання сенсу є те, що рівність двох нечітких відношень сенсу може бути досягнута лише в одному випадку – коли дві когнітивні системи отримували абсолютно однакові множини вхідних подій $X = \{x_1, x_2, ...\}$, і то лише на рівні (3.1) визначення функції належності. Поняття нечіткого домінування принципово відсутнє для даного методу.

Бінарне нечітке відношення сенсу Q, згідно з [4], не є рефлексивним, проте є антирефлексивним, оскільки $\mu_Q(< i_j, i_j >) = 0, i_j \in I$ – всі елементи головної діагоналі матриці A_Q дорівнюють 0. Така властивість відношення Q пов'язана з тим, що визначити образ можна лише завдяки множині його зв'язків з іншими образами, але не з самим собою – вирази на зразок «масло масляне» не додають сенсу.

Також для Q можна вважати відсутніми властивості симетричності, асиметричності та антисиметричності [5], що виразно проявляється в матриці A_Q. З іншого боку, розглянуті вище особливості онтогенетичного методу не дають підстав стверджувати

про транзитивність або котранзитивність нечіткого відношення сенсу Q. Отже, не варто говорити про подібність (толерантність), відмінність та еквівалентність, якщо в основу покладено відношення сенсу – множини образів та асоціативних зв'язків між ними таких властивостей не мають.

Операції з відношеннями сенсу

Розглянемо пізнавальну інтерпретацію основних операцій над бінарними нечіткими відношеннями сенсу $Q = \{<i_l, i_j>, \mu_Q(<i_l, i_j>)\}$ та $R = \{<i_l, i_j>, \mu_R(<i_l, i_j>)\}$, що задані на декартовому добутку $I \times I$ того ж самого універсума образів, тобто $<i_l, i_j> \in I \times I$. Будемо вважати, що відношення Q відповідає когнітивній системі S_Q, а відношення R відповідає іншій когнітивній системі S_R.

Результатом *перетину* нечітких відношень сенсу Q та R назвемо таке нечітке відношення сенсу $P = \{<i_l, i_j>, \mu_P(<i_l, i_j>)\} = Q \cap R$, яке задане на тому ж самому декартовому добутку $I \times I$ та функція належності якого визначається за формулою

$$\mu_P(<i_l, i_j>) = \min\{\mu_Q(<i_l, i_j>), \mu_R(<i_l, i_j>)\}. \quad (4)$$

Операція перетину («І») визначає нове нечітке відношення сенсу P, що має спільні знання двох незалежних когнітивних систем S_Q та S_R.

Результатом *об'єднання* нечітких відношень сенсу Q та R назвемо таке нечітке відношення сенсу $P = \{<i_l, i_j>, \mu_P(<i_l, i_j>)\} = Q \cup R$, яке задане на тому ж самому декартовому добутку $I \times I$ та функція належності якого визначається за формулою

$$\mu_P(<i_l, i_j>) = \max\{\mu_Q(<i_l, i_j>), \mu_R(<i_l, i_j>)\}. \quad (5)$$

Операція об'єднання («АБО») визначає нове нечітке відношення сенсу P, що має знання когнітивної системи S_Q або когнітивної системи S_R.

Результатом *різниці* нечітких відношень сенсу Q та R назвемо таке нечітке відношення сенсу $P = \{<i_l, i_j>, \mu_P(<i_l, i_j>)\} = Q \setminus R$, яке задане на тому ж самому декартовому добутку $I \times I$ та функція належності якого визначається за формулою

$$\mu_P(<i_l, i_j>) = \max\{\mu_Q(<i_l, i_j>) - \mu_R(<i_l, i_j>), 0\}. \quad (6)$$

Операція різниці («МІНУС») визначає нове нечітке відношення сенсу P, що має такі знання когнітивної системи S_Q, які відсутні у когнітивної системи S_R.

Результатом *композиції* нечітких відношень сенсу Q та R назвемо таке нечітке відношення сенсу $P = \{<i_l, i_j>, \mu_P(<i_l, i_j>)\} = Q \otimes R$, яке задане на тому ж самому декартовому добутку $I \times I$ та функція належності якого визначається за формулою

$$\mu_P(<i_l, i_j>) = \max_{i_k \in I}\{\min\{\mu_Q(<i_l, i_k>), \mu_R(<i_k, i_j>)\}\}. \quad (7)$$

Операція композиції («MAX-MIN») визначає нове нечітке відношення сенсу P, яке є відгуком (реакцією) когнітивної системи S_R на знання когнітивної системи S_Q. Якщо як функції належності $\mu_Q(<i_l, i_j>)$ надати характеристику певній окремій події чи синтагмі як конструкції з образів, то відношення сенсу ά-рівня над результатом операції «MAX-MIN» можна вважати відповіддю когнітивної системи S_R, що, безумовно, потребує подальших досліджень.

На відміну від операцій (4÷7), операції симетричної різниці та доповнення нечітких відношень сенсу в задачах пізнавальної діяльності, на думку автора, корисної прикладної інтерпретації не мають. Потрібно зауважити, що внаслідок застосування операцій (4÷7) в отриманих кінцевих відношеннях сенсу також зникає властивість $\overline{\mu_Q} = 0{,}5$, але це пояснюється втратою єдиного носія та суб'єктивного характеру накопичення сенсу. Отже, з метою підтримки адекватності реакцій когнітивної системи, потрібно зберігати її базове відношення сенсу з функцією належності (3).

Висновки

В роботі отримано формальні характеристики онтогенетичного методу створення бінарного нечіткого відношення сенсу Q когнітивної системи S_Q. Запропоновано принципи послідовної багаторівневої побудови функції належності $\mu_Q(< i_l, i_j >)$, що породжує нечітке відношення Q, визначено основні властивості Q, в тому числі характерна властивість онтогенетичного методу $\overline{\mu_Q} = 0{,}5$. Надано пізнавальну інтерпретацію таким операціям з нечіткими відношеннями сенсу, як перетин, об'єднання, різниця та композиція. З іншого боку, результати аналізу отриманих математичних співвідношень свідчать про належну формальну інтерпретацію відомих фактів з психології та фізіології людини стосовно мотивів діяльності, набутих рефлексів та відсутності ряду властивостей нечітких відношень.

Література

1. Бісікало О.В. Концептуальні основи моделювання образного мислення людини / Бісікало О.В. – Вінниця : ПП Балюк І.Б., ВДАУ, 2009. – 163 с.
2. Бисикало О.В. Субъективная единица смысла образных конструкций / О.В. Бисикало // Nauka: teoria i praktyka – 2009. Materialy V Miedzynarodovej naukowi-praktycznej konferencji, 7 – 15 sierpnia 2009 roku // Volume 6. Matematyka. Novoczesne informacyjne technologie. Fizyka. Chemia i chemiczne technologie. – Przemysl : Nauka i studia, 2009. – S. 9-12.
3. Бісікало О.В. Аксіоматизація простору сенсу образних конструкцій / О.В. Бісікало, Р.Н Квєтний // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – К. : ВІКНУ, 2009. – Вип. № 20. – С. 121-127.
4. Раскин Л.Г. Нечеткая математика. Основы теории. Приложения / Л.Г. Раскин, О.В. Серая. – Х. : Парус, 2008. – 352 с.
5. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств : пер. с франц. / Кофман А. – М. : Радио и связь, 1982. – 432 с.

О.В. Бисикало

Онтогенетический метод построения нечеткого отношения смысла

В статье рассматривается проблема формализации естественных способов построения функции принадлежности нечетких отношений. Приводится обоснование онтогенетического метода построения отношения смысла для ассоциативных пар образов, определены основные свойства нечетких отношений смысла, предложена интерпретация базовых операций с такими отношениями для задач познавательной деятельности человека.

O.V. Bisikalo

Ontogenetic Method to Construct the Fussy Relation of Sense

The problem of formalization of natural ways to construct the membership function of fussy relations is examined in the article. The ontogenetic method to construct the relation of sense for associative pairs of images is substantiated. The basic properties of fussy relations of sense are defined, interpretation of base operations with such relations for tasks of cognitive activity of the human is offered.

Стаття надійшла до редакції 18.10.2010.